

ТМКОУ «Диксонская средняя общеобразовательная школа»
Научно – практическая конференция школьников «Золотое перо»
«Геометрия пчелиных сот»
ТЕЗИСЫ

Актуальность проблемы Задолго, возможно до появления человека на земном шаре, пчелы разрешили задачу, которая представляла немалые геометрические трудности. Архитектура сот с их шестигранными ячейками известна практически каждому. Однако далеко не все знают, с каким поразительным расчетом они сооружаются. Возможно, стремясь сэкономить место в тесном улье и меньше затратить драгоценный пчелиный воск, пчелы показали себя не только трудолюбивыми строителями, но и хорошими математиками.

В своей работе мы акцентируем внимание, как пчелы решили задачу: заполнения пространства улья правильными многоугольниками сплошь без просветов, какие многоугольники наиболее приемлемы для этих целей.

Исследовательская работа предназначена для того, чтобы рассмотреть связь между математикой и окружающей жизнью, установить зависимость между стороной правильного многоугольника его площадью и периметром, установив геометрические способности пчел.

Исследования носят практический характер и могут быть актуальными для учащихся 7- 8 классов, увлекающихся математикой, так и для преподавателей в качестве материала для внеклассной работы по геометрии.

Цель работы: 1) Рассмотреть связь между математикой и окружающей жизнью
2) Установить зависимость между стороной правильного многоугольника, его площадью и периметром, установив геометрические способности пчел.

Задачи:

1. Проанализировать литературу по данному вопросу;
2. Изучить свойства правильных многоугольников и вывести формулы площадей треугольника, шестиугольника;
3. Исследовать вопрос, какими многоугольниками можно заполнить прямоугольную область без просветов;
4. Исследовать периметры многоугольников, имеющих одинаковую площадь.
5. Провести испытание модели пчелиных сот (модели Тота);

Теория

При рассмотрении пчелиных сот возникает вопрос о том, какой же из правильных многоугольников следует использовать при делении прямоугольной области.

При делении прямоугольной области на более мелкие части, необходимо учитывать тот факт, что соседние части должны плотно прилегать друг к другу, не оставляя при этом пустого пространства. Для этого сумма внутренних углов стенок, прилегающих друг к другу ячеек, должна составлять 360° . Другими словами, сумма внутренних углов одного слоя должна равняться 360° .

Таким образом, при делении прямоугольной области на плотно прилегающие друг к другу части, следует выбирать только треугольник, квадрат или шестиугольник. Невозможно поделить площадь на правильные многоугольники без остатка, количество сторон которых больше 6-ти. Однако и правильные пятиугольники не являются разрешением этой проблемы. При сложении «стенка к стенке» трех правильных пятиугольников образуется свободное место в виде угла 36° , а при сложении правильных шестиугольников свободного места не остается.

Если сравнить правильные треугольник, квадрат и шестиугольник, то окажется, что последний обладает наименьшим периметром. Таким образом, только используя данный подход, можно максимально сократить расходование воска.

В 1999 году Томас Хейлз (Thomas Hales) из Мичиганского университета поставил точку в спорах о конструировании сот. Он доказал, что идеальной фигурой при делении единого пространства на более мелкие части является правильный шестиугольник. Несмотря на то, что уже довольно давно известен тот факт, что идеальной фигурой для построения сот является шестиугольник, до сих пор нет точных объяснений этого феномена.

До сих пор мы исследовали проблему двумерно. Однако соты – трехмерное тело, представленное в виде шестиугольной призмы, ограниченные с одной стороны шестиугольником (вход в ячейку), с другой – тремя ромбами под определенным углом (дно). Два слоя ячеек вплотную входят друг в друга острыми выступами своих доньев и обращены открытыми шестиугольниками в противоположные стороны. Каждая пара таких слоев и составляет сот (схема 2).

В 1964 году математик Фейеш–Тот продемонстрировал оптимальный способ закупорки сот при помощи пар шестиугольников и квадратов. Однако пчелы закрывают соты немного иначе – при помощи равносторонних четырехугольников (ромбов). Внутренние углы равносторонних четырехугольников, равные $70,5^{\circ}$ и $109,5^{\circ}$ градусов, представляют собой идеальное математическое решение формы крыши, состоящей из трех равносторонних четырехугольников.

Исследование № 1 Вывести формулы для площадей правильных многоугольников

Цель: вывести формулы для площадей правильных многоугольников для нахождения стороны правильного многоугольника и его периметра.

Задачи:

1. Изучить по учебнику А.В. Погорелова определение и свойства правильных многоугольников, вписанные в окружность и описанные около окружности многоугольники.
2. Вывести формулы площадей правильных треугольника и шестиугольника через радиус окружности, описанной около правильного многоугольника.
3. Сделать вывод.

Вывод: Нами выведены формулы площадей правильного шестиугольника и треугольника для дальнейшего исследования.

Исследование № 2 Пчелиные соты представляют собой прямоугольник, покрытый правильными шестиугольниками.

Найти, какими ещё правильными многоугольниками можно покрыть плоскость.

Цель: выяснить, какими многоугольниками можно покрыть прямоугольную область без просветов.

Задачи:

1. Определить, какими многоугольниками можно разделить прямоугольную область
2. Использовать метод уравнений и метод перебора для решения данного вопроса.
3. Сделать вывод.

Вывод: Метод перебора можно продолжать и дальше, итогом будет служить то, что без просветов плоскость можно покрыть лишь правильными треугольниками, квадратами, правильными шестиугольниками.

Исследование № 3 Почему пчёлы выбрали именно шестиугольник?

Цель: сравнить периметры разных многоугольников, имеющих одинаковую площадь.

Задачи:

- 1) Вывести формулы сторон правильных многоугольников через площади;
- 2) Найти периметры правильных многоугольников;
- 3) Найти отношение периметров;
- 4) Сделать вывод.

Вывод: Мы видим, что из трёх правильных многоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр имеет правильный шестиугольник.

Исследование № 4 Создание модели пчелиных сот (модель Тота)

Цель: получить модель пчелиной соты.

Приборы и материалы: две стеклянные пластинки, вода, емкость, порошок, блендер (для получения воздушной пены)

Задача:

- 1) Убедиться в правильности идеи Тота
- 2) Исследовать фотографию модели.
- 3) Сделать вывод

Вывод: в ходе эксперимента мы убедились в правильности идеи Тота и получили модель пчелиных сотов.

Заключение

В данной работе рассмотрены секреты построения пчелиных сот через связь с геометрией. Интересно и дальше исследовать строение пчелиных сот. Расчётливые пчёлы заполняют пространство, экономя при этом воск.

Как не согласиться с мнением Пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»: «Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию моих сот».

Так с помощью геометрических вычислений мы прикоснулись к тайне природы, ещё раз убедившись во всесторонней эффективности математики.

Еще раз хочется отметить, пчёлы - на удивление, грамотные архитекторы! Нет сомнения, что математический инстинкт пчел есть глубочайшая загадка природы.